INSTITUTO SUPERIOR DE TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

TEMA 2: Programação Linear

RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PELO MÉTODO SIMPLEX

Variável de Folga

$\leq$

Representa a diferença entre o limite máximo de um determinado recurso e as quantidades do mesmo recurso que forem usadas pelas diferentes actividades

Variável de Excesso

$\geq$

Representam o excesso da quantidade do recurso obtido pela combinação das actividades em relação ao recurso mínimo necessário

Variável não Restrita

$=$

Avariável não restrita é substituida por duas variáveis não negativas: $x_i = x_i^+ - x_i^-$ onde x_i^+ ; $x_i^- \geq 0$

MÉTODO SIMPLEX DIRECTO

O Método Simplex Directo é uma técnica utilizada para se determinar, numericamente, a solução óptima de um modelo de Programação Linear. Será desenvolvido inicialmente para Problemas de Programação Linear, na forma padrão, mas com as seguintes características para o sistema linear de equações:

- Todas as variáveis são não-negativas:
- Todos os bi' são não-negativos;
- Todas as equações iniciais do sistema são do tipo $\leq$

Assim, na forma padrão, só encontra-se variáveis de folga.

Os passos gerais para os problemas de maximização são:

Passo 1. Escrever o problema na forma canônica ou na forma padrão e Introduzir as variáveis de folga ($+x_{m+n}$) e rescrever o sistema inicial na forma padrão;

Passo 2. Apresentar a tabela simplex inicial;

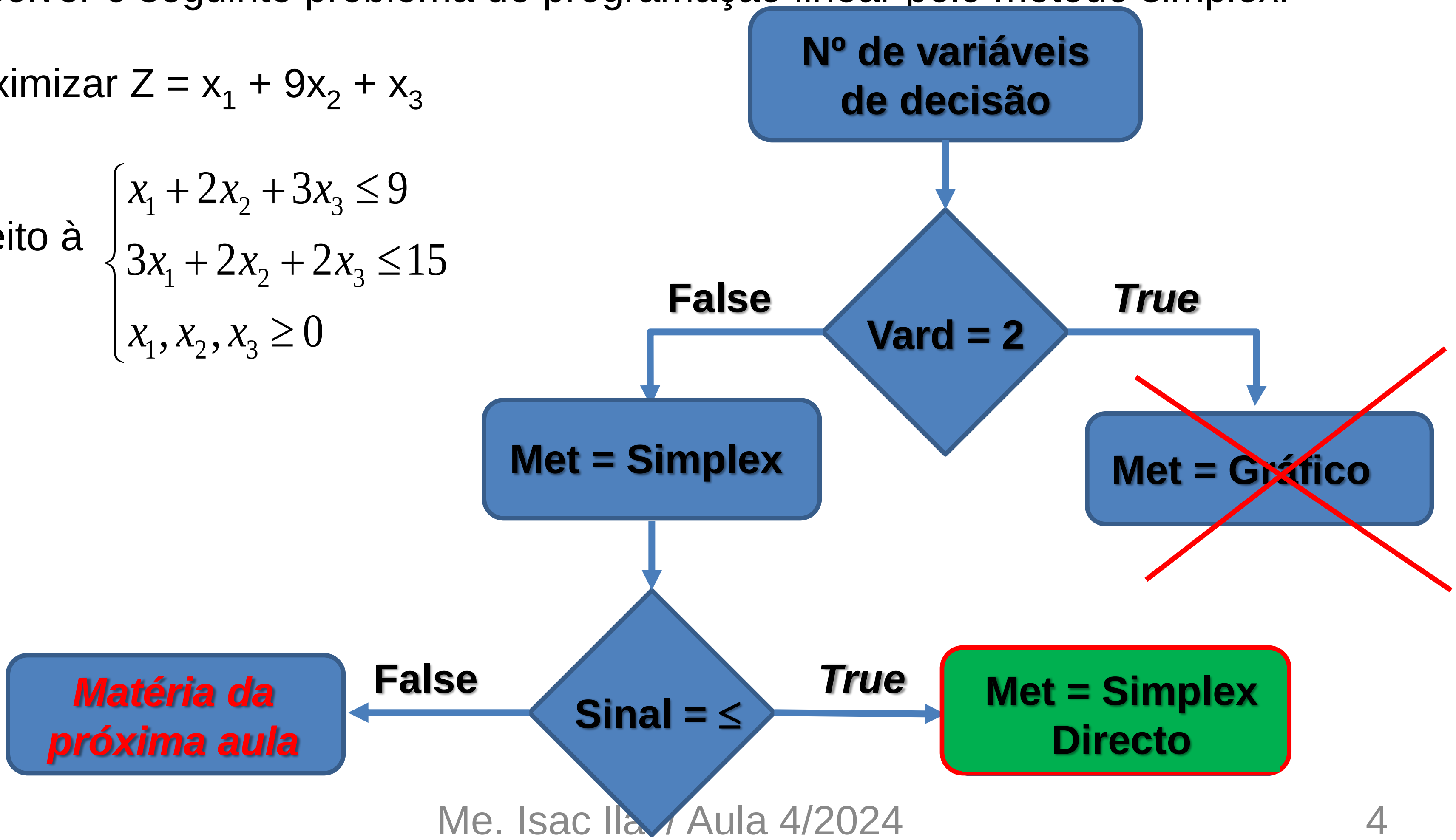
Passo 3. Se a tabela simplex inicial tiver algum valor negativo na linha da função objectivo e na coluna correspondente haver algum valor positivo, determinar o elemento pivô e realizar as operações necessárias para obter a nova tabela;

Passo 4. Repetir o processo do passo 3 até que todos os indicadores da linha z sejam positivos. Assim chega-se à tabela terminal e deve-se interpretar a solução obtida .

Resolver o seguinte problema de programação linear pelo método simplex.

Maximizar $Z = x_1 + 9x_2 + x_3$

Sujeito à $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 9 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \le 15 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$



Passo 1. Escrever o problema na forma canônica ou na forma padrão e introduzir as variáveis de folga ($+x_{m+n}$) e rescrever o sistema inicial na forma padrão;

Maximizar $Z = x_1 + 9x_2 + x_3 + 0x_4 + 0x_5$

primeira restrição

segunda restrição

Sujeito à
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \boxed{+ x_4} + 0x_5 = 9 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 \boxed{+ x_5} = 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

Passo 2 e 3. Apresentar a tabela simplex inicial

Maximizar $Z = x_1 + 9x_2 + x_3 + 0x_4 + 0x_5$

Sujeito à
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 0x_5 = 9 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 = 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Tabela inicial simplex

Base	x1	x2	x3	x4	x5	bi	
x4	1	2	3	1	0	9	4,5
x5	3	2	2	0	1	15	7,5
Z	-1	-9	-1	0	0	0	

Passo 4. Repetir o processo do passo 3 até que todos os indicadores da linha z sejam positivos. Assim chega-se à tabela terminal e deve-se interpretar a solução obtida .

1ª Iteração

Base	x1	x2	x3	x4	x5	bi
x2	1/2	1	3/2	1/2	0	9/2
x5	2	0	-1	-1	1	6
Z	7/2	0	25/2	9/2	0	81/2

Valores ≥ zero

Solução: $Z_{max} = 81/2$, $x_1 = 0$, $x_2 = 9/2$, $x_3 = x_4 = 0$, $x_5 = 6$

Resolver o problema do alfaiate pelo método simplex.

Max $Z = 30x_1 + 50x_2$

Sujeito à
$$\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 \leq 16 \\ 1x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ 1x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Max $Z = 30x_1 + 50x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$

Sujeito à
$$\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 \boxed{+ x_3} + 0x_4 + 0x_5 = 16 \\ 1x_1 + 2x_2 + 0x_3 \boxed{+ x_4} + 0x_5 = 11 \\ 1x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 \boxed{+ x_5} = 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

Tabela simplex inicial

Base	x1	x2	x3	x4	x5	bi	
x3	2	1	1	0	0	16	16
x4	1	2	0	1	0	11	5,5
x5	1	3	0	0	1	15	5 ←
Z	-30	-50	0	0	0	0	

↑

$$(1, 3, 0, 0, 1, 15) \times \frac{1}{3}$$

$$2 - \frac{1 \times 1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$1 - \frac{2 \times 1}{3} = \frac{1}{3}$$

1ª Iteração

	Base	x1	x2	x3	x4	x5	bi
		30	50	0	0	0	
0	x3	5/3	0	1	0	-1/3	11
0	x4	1/3	0	0	1	-2/3	1
50	x2	1/3	1	0	0	1/3	5
	Z	-40/3	0	0	0	50/3	250

$$0 \times \frac{5}{3} + 0 \times \frac{1}{3} + 50 \times \frac{1}{3} - 30 = -\frac{40}{3}$$

2ª Iteração

Base	x1	x2	x3	x4	x5	bi
x3	0	0	1	-5	3	6
x1	1	0	0	3	-2	3
x2	0	1	0	-1	1	4
Z	0	0	0	40	-10	290

3ª Iteração

Base	x1	x2	x3	x4	x5	bi
x5	0	0	1/3	-5/3	1	2
x1	1	0	2/3	-1/3	0	7
x2	0	1	-1/3	2/3	0	2
Z	0	0	10/3	70/3	0	310

Solução: $x_1 = 7$; $x_2 = 2$; $x_3 = x_4 = 0$; $x_5 = 2$; $Z_{max} = 310$

Resolva o seguinte problema de programação linear.

Maximizar $Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3$

Sujeito à
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 20 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Solução: $x_1 = 9$; $x_2 = 0$; $x_3 = 2$; $x_4 = 0$; $x_5 = 0$; $x_6 = 7$; $Z_{max} = 42$

SUMÁRIO

Resolução de problemas de programação linear pelo método simplex

O método Simplex Directo

TPC: Mulenga, página 36 (execícios 2.14, 2.15) e 37 (exercício 2, alínea a).